Devoir-Maison 4

A rendre le lundi 6 janvier 2025

Exercice 0.1. *On fixe $p \in \mathbb{N}$.*

1. *Quel est le rayon de convergence de la série entière* $\sum \binom{n+p}{p} x^n$ *?*

   On pose alors, pour tout $x \in \left]-R;R\right[$, $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \binom{n+p}{p} x^n$.

2. *Montrer que f est solution de l'équation différentielle :*

$$(1-x)y' - (p+1)y = 0.$$

3. *En déduire une expression de $f(x)$ pour $x \in]-R;R[$ à l'aide des fonctions usuelles.*

Exercice 0.2. *Déterminer une solution développable en série entière au voisinage de 0 de l'équation différentielle :*

$$t^2y'' + 4ty' + 2y = \ln(1+t)$$

Exprimer cette solution à l'aide des fonctions usuelles.
Indication : on utilisera le DSE au voisinage de 0 de $t \mapsto ln(1+t)$