TP10 : Résolution d'équations non linéaires

Exercice 1 :

1°) En remarquant que $\sqrt{2}$ est solution de l'équation $x^2 - 2 = 0$ et que $\sqrt{2} \in]1;2[$,rédiger deux fonctions renvoyant une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à ε près :

- Avec l'algorithme de dichotomie
- Avec l'algorithme de Newton

2°) Comparer les temps d'exécution des deux algorithmes ainsi que le nombre d'itérations nécessaires pour :

ε	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}
Durée dichotomie			
Durée Newton			
Nombre d'itérations dichotomie			
Nombre d'itérations Newton			

3°) Ecrire une fonction recevant en paramètre deux réels m et ε strictement positifs et qui renvoie une approchée de $\sqrt{m}$ à ε près.

4°) Ecrire une fonction recevant en paramètres deux réels m et ε strictement positifs ainsi qu'un entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$ et qui renvoie une approchée de $\sqrt[n]{m}$ à ε près.

Exercice 2 : soit la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

1°) Vérifier que $f(0) > 0$ et $f(2) < 0$ et en déduire l'existence d'une unique solution α dans $[0;2]$ à l'équation $f(x) = 0$.

2°) Ecrire une fonction ***dicho (n)*** qui renvoie une valeur approchée de α à 10^{-n} près.

Exercice 3

Comment obtenir une valeur approchée de π à 10^{-n} près de la façon la plus rapide ? Ecrire un programme.

Exercice 4

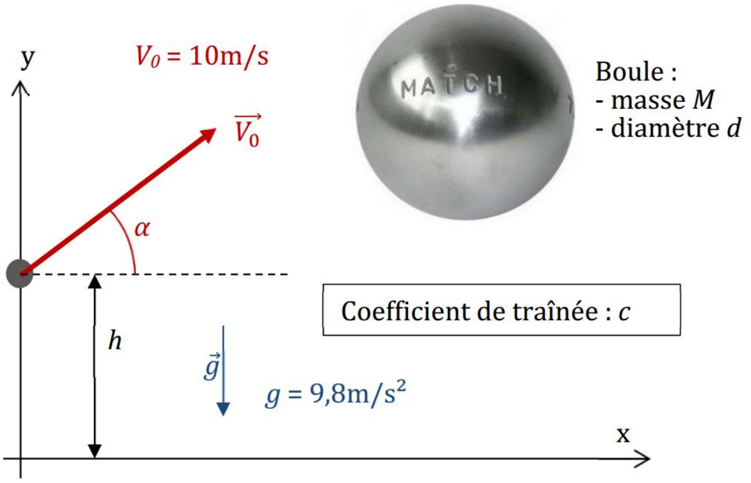
Dans la méthode de Newton étudiée, la fonction dérivée était calculée « à la main » puis implémentée directement dans le programme. Il n'est pas toujours possible de le faire (complexité de la dérivée de f à calculer par exemple…), et il faudra alors déterminer numériquement le nombre dérivé $f'(x_i)$.

1°) Rappeler la formule permettant de calculer le taux d'accroissement d'une fonction f en un point x 0.
2°) En déduire une méthode pour ne plus avoir à définir f' dans l'algorithme de Newton, mais uniquement la fonction f et son nombre dérivé en x_i.
3°) Créer, une nouvelle fonction ***newton2(f , x , t o l , m a x i t e r)*** utilisant l'algorithme de Newton sans utiliser la dérivée de f.

La tester et comparer à la méthode « classique » sur un exemple.

Exercice 5

On considère dans cette application l'étude de trajectoire d'une boule de pétanque. On considère ici un tir tendu à 30° comme défini sur la figure ci-dessous.



Données :
M = 0,7 kg
d = 70mm
c = 0,47
$\alpha = \pi/6$
h = 1,5m

Configuration du tir

Si on néglige les forces de frottements de l'air sur la boule, on aboutit aux équations simplifiées suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = V_0.\cos(\alpha)\,.\,t \\ y(t) = h - \dfrac{1}{2}.g.t^2 + V_0.\sin(\alpha)\,.\,t \end{cases}$$

A partir des données numériques données, déterminer en utilisant la méthode de Newton (fonction ***newton2***) la position x0 du point d'impact sur le sol dans le cas où on néglige la force de frottement de l'air sur la boule.