

## Exercices Chap.3 : Fonctions polynômiales de degré 2 ou 3

### 1 Fonctions polynomiales du second degré

**Exercice 1.1.** Soit  $f(x) = -8x^2 + 2x + 3$  dont on note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative.

1. Résoudre l'équation  $f(x) = 3$ . En déduire les coordonnées du sommet de la parabole  $\mathcal{C}_f$ .
2. Dresser le tableau de variation de  $f$ .
3. Écrire  $f(x)$  sous forme canonique.
4. Donner la forme factorisée de  $f(x)$ .

**Exercice 1.2.** Existe-t-il une fonction polynomiale du second degré telle que  $f(0) = 1, f(1) = 0$  et  $f(-1) = 1$  ? Si c'est le cas, la déterminer.

**Exercice 1.3.** En utilisant le changement de variable  $X = x^2$ , résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{R}$  :

1.  $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
2.  $-2x^4 + x^2 + 1 = 0$

**Exercice 1.4.** Déterminer, selon la valeur du nombre réel  $m$ , le nombre de solutions des équations suivantes :

1.  $2x^2 - mx - m^2 = 0$
2.  $mx^2 + 2(2m + 1)x + 1 = 0$

### 2 Factorisation de fonctions polynomiales

**Exercice 2.1.** On s'intéresse à l'équation (E) :  $3x^3 + x^2 - 5x + 1 = 0$ .

1. Conjecturer graphiquement le nombre de solutions de l'équation.
2. Prouver que 1 est une solution de l'équation.
3. Trouver des réels  $a, b$  et  $c$  tels que

$$3x^3 + x^2 - 5x + 1 = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$$

4. En déduire les solutions de (E).

**Exercice 2.2.** Factoriser dans  $\mathbb{R}$  les fonctions polynomiales suivantes :

1.  $f_1(x) = -6x^3 + 17x^2 - 14x + 3$
2.  $f_2(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 3$
3.  $f_3(x) = 2x^3 + 3x^2 - x + 2$

### 3 Fonctions rationnelles

**Exercice 3.1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

1.  $\frac{2x^2-3x+1}{2x-1} = 2$
2.  $\frac{-x+2}{x^2+x-12} = -4$
3.  $\frac{x+3}{x-1} = \frac{2x-3}{x-2}$

**Exercice 3.2.** Déterminer réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \in \mathbb{R} - \{1; 2\}$  :

$$\frac{x^2+4x+7}{x^2-3x+2} = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2}$$

### 4 Application aux sciences

**Exercice 4.1.** Pour mesurer la profondeur d'un puits, on y laisse tomber une pierre. Le bruit de contact de la pierre avec le fond du puits est perçu au bout de 6s après le lâcher de la pierre. On notera  $p$  la profondeur de ce puits.

1. On appelle  $t_1$  le temps de chute de la pierre. Pendant sa chute, la distance  $x$  parcourue par la pierre en fonction du temps  $t$  est donnée par  $x(t) = \frac{1}{2}gt^2$  où  $g$  est l'accélération de la pesanteur avec  $g \approx 9,81m.s^{-1}$ . Exprimer  $p$  en fonction de  $t_1$ .
2. Pour remonter à la surface, le son met un temps  $t_2$ . La vitesse du son est de  $340m.s^{-1}$ . Exprimer  $p$  en fonction de  $t_2$ .
3. Quelle relation existe-t-il entre  $t_1$  et  $t_2$  ?
4. Montrer alors que  $t_1$  vérifie l'équation  $4,9t_1^2 + 340t_1 - 2040 = 0$ .
5. Quelle est alors la profondeur du puits ?