

## Exercices

### Chap.2 : Droites et cercles du plan

#### 1 Equations de droites

**Exercice 1.1.** Donner une équation cartésienne ainsi qu'un système d'équations paramétriques de la droite  $\mathcal{D}$  dans les cas suivants :

1.  $\mathcal{D}$  passe par  $A(-3; 2)$  et est parallèle à la droite  $\Delta$  passant par  $O$  et de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .
2.  $\mathcal{D}$  passe par  $B(1; -2)$  et est perpendiculaire à la droite  $(RS)$  avec  $R(-4; -2)$  et  $S(2; -2)$ .
3.  $\mathcal{D}$  est la médiatrice du segment  $[MN]$  avec  $M(0; 2)$  et  $N(-1; 4)$ .

**Exercice 1.2.** Soit  $\mathcal{D}$  la droite d'équation  $3x - \sqrt{3}y - 6 = 0$  et  $A(-2; 3)$ . Calculer  $d(A, \mathcal{D})$ .

**Exercice 1.3.** On donne  $A(-2; -2), B(4; 1), C(2; 3)$  et  $\vec{u}(-4; -2)$ .

1. Former une équation cartésienne de la droite  $\mathcal{D}$  passant par  $A$  et  $B$ .
2. Former une équation cartésienne de la droite  $\mathcal{D}'$  passant par  $C$  et dirigée par  $\vec{u}$ .
3. Montrer que les droites  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{D}'$  sont parallèles, et calculer la distance entre ces droites.

**Exercice 1.4.** Soit la droite  $\mathcal{D}$  la droite d'équation  $x - 2y + 1 = 0$  et  $A$  le point de coordonnées  $(3; 4)$ .

1. Déterminer un système d'équations paramétriques de  $\mathcal{D}$ .
2. Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite qui passe par  $A$  et qui est perpendiculaire à  $\mathcal{D}$ .
3. Calculer la distance de  $A$  à  $\mathcal{D}$ .

**Exercice 1.5.** Soit  $\mathcal{D}_1$  la droite d'équation cartésienne  $2x - 5y - 16 = 0$ .

1. Le point  $A(3; -2)$  appartient-il à  $\mathcal{D}_1$  ?
2. Donner un vecteur directeur  $\vec{u}_1$  de la droite  $\mathcal{D}_1$ , puis en déduire un système d'équations paramétriques de la droite de  $\mathcal{D}_1$ .
3. Soit  $\mathcal{D}_2$  la droite d'équation cartésienne  $-3x + 2y + 9 = 0$ . Les droites  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$  sont-elles sécantes ? Si oui, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

**Exercice 1.6.** Déterminer la distance du point  $A(-2;3)$  à la droite  $\mathcal{D}$  :

$$\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

**Exercice 1.7.** On note  $\mathcal{D}$  la droite dont un système d'équations paramétriques est :

$$\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2t + 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

1. Donner un point appartenant à  $\mathcal{D}$  et un vecteur directeur de  $\mathcal{D}$  puis une équation cartésienne de  $\mathcal{D}$ .
2. Soit le point  $M$  de coordonnées  $(a; b)$ .
  - (a) Déterminer en fonction de  $(a, b)$  les coordonnées du point  $M'$ , projeté orthogonal de  $M$  sur  $\mathcal{D}$ .
  - (b) Déterminer en fonction de  $(a, b)$  les coordonnées du point  $M''$ , image de  $M$  par la symétrie axiale d'axe  $\mathcal{D}$ .

## 2 Cercles

**Exercice 2.1.** Déterminer la nature des ensembles de points dont les coordonnées vérifient les équations suivantes :

1.  $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 9 = 0$
2.  $x^2 + y^2 - (x - y)^2 + 3 = 0$
3.  $2x - 3y = -9$

**Exercice 2.2.** Donner une équation cartésienne du cercle  $\mathcal{C}$  dont une représentation paramétrique est

$$\begin{cases} x = 3 + 2\cos(t) \\ y = -4 + 2\sin(t) \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

**Exercice 2.3.** 1. Former une équation cartésienne du cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $\Omega(-2;1)$  et de rayon  $\sqrt{5}$ .

2. Déterminer une représentation paramétrique du cercle  $\mathcal{C}'$  d'équation cartésienne  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ .
3. Déterminer la position relative de la droite  $\mathcal{D} : x + 3y - 2 = 0$  avec le cercle  $\mathcal{C}'$  puis déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection.

**Exercice 2.4.** 1. Déterminer l'intersection de la droite  $\mathcal{D} : x + 3y - 4 = 0$  et des cercles  $\mathcal{C}_k : x^2 + y^2 - 6y + k = 0$  pour  $k = 4$  et pour  $k = 8$ .

2. Chercher  $k$  pour que  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{C}_k$  soient tangents.

**Exercice 2.5.** Soit  $\mathcal{D}_m$  la droite passant par  $A(0;1)$  et de vecteur directeur  $\vec{u}(1; m)$  avec  $m > 0$ .

Soit  $\mathcal{C}$  la courbe d'équation  $\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ .

1. Vérifier que  $\mathcal{C}$  est un cercle et déterminer son centre  $\Omega$  ainsi que son rayon  $R$ .
2. Déterminer, suivant les valeurs de  $m$ , le nombre de points d'intersection de  $\mathcal{D}_m$  et de  $\mathcal{C}$ .
3. Donner une équation de la tangente au cercle au point  $B(2;0)$