

Programme de khôlle 29

Semaine du 31 mai 2021

La colle se déroulera en trois temps :

1. Question de cours(5-10 minutes)
2. Résolution d'exercices à préparer (15 minutes)
3. Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

1 Question de cours

1. Qu'est-ce qu'un système complet d'événements ?
2. Énoncer et démontrer la formule des probabilités composées.
3. Énoncer et démontrer la formule des probabilités totales.

2 Résolution d'exercices à préparer

Chaque élève résoudra un des trois exercices :

Exercice 2.1. *Un groupe d'élèves d'une classe de Terminale STI2D veut organiser un concert de musique à l'intérieur du lycée. Il fait une enquête pour connaître le nombre d'élèves souhaitant assister à ce concert en faisant remplir une fiche aux personnes interrogées. 450 élèves ont répondu à cette enquête, 270 filles et 180 garçons. 144 filles, et 72 garçons sont favorables. On note : F l'événement : « la fiche réponse est celle d'une fille ».*

G l'événement : « la fiche réponse est celle d'un garçon ».

A l'événement : « l'élève souhaite assister au concert ».

On prélève au hasard une fiche réponse parmi les fiches rendues.

1. Donner les probabilités $p(G)$, $p(A)$, $p(A \cap G)$ et $p(A \cup G)$.
2. Calculer $p(A \cap F)$ et $p_F(A)$.
3. Déterminer $p_A(G)$ et $p_G(A)$.
4. Déterminer $p(\bar{A} \cap F)$ et $p(\bar{A} \cap G)$. En déduire $p(\bar{A})$.

Exercice 2.2. *Une urne contient 5 boules noires et 5 boules blanches. On en prélève n successivement et avec remise, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2. On considère les événements suivants :*

- A : « On obtient des boules des deux couleurs » ;
- B : « On obtient au plus une boule blanche ».

1. (a) Calculer la probabilité de l'événement : « Toutes les boules tirées sont de même couleur ».
- (b) Calculer la probabilité de l'événement : « On obtient exactement une boule blanche ».
- (c) En déduire que $p(A \cap B) = \frac{n}{2^n}$, $p(A) = 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$ et $p(B) = \frac{n+1}{2^n}$
2. Montrer que $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ si et seulement si $2^{n-1} = n + 1$.
3. Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 2^{n-1} - (n + 1)$, $n > 1$.
 - (a) Calculer u_2, u_3 et u_4 .
 - (b) Montrer que (u_n) est strictement croissante.
 - (c) En déduire la valeur de l'entier n tel que les événements A et B soient indépendants.

Exercice 2.3. Une municipalité vient de mettre en place le service "vélo en liberté". Il s'agit d'un service de location de vélos à la journée. Les vélos sont disponibles sur deux sites A et B et doivent être ramenés en fin de journée indifféremment dans l'un des deux sites.

- si un vélo est loué sur le site A , la probabilité d'être ramené en A est $0,7$;
- si un vélo est loué sur le site B , la probabilité d'être ramené en B est $0,8$.

Le premier jour, tous les vélos sont distribués également sur les deux sites.

1. On choisit un vélo au hasard et on considère les événements :
 - E_1 : « le vélo est situé sur le site A la première journée » ;
 - E_2 : « le vélo est situé sur le site A la deuxième journée ».
 - (a) Dresser un arbre pondéré de probabilité.
 - (b) Calculer la probabilité pour le vélo soit ramené sur le site A la seconde journée.
 - (c) On constate que le vélo a été ramené sur le site A la seconde journée. Quelle est la probabilité qu'il se soit trouvé sur le site B la veille ?
2. Les jours suivants ...

Pour tout entier $n \geq 1$, on note p_n la probabilité pour que le vélo soit situé sur le site A la n ème journée .

 - (a) Établir que pour tout entier $n \geq 1$, on a $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,2$
 - (b) On note (u_n) la suite définie par $u_n = p_n - 0,4$. Montrer que la suite est une suite géométrique.
 - (c) Donner l'expression de p_n en fonction de n .
 - (d) La suite (p_n) converge-t-elle ? Si c'est le cas, déterminer sa limite. Interpréter le résultat .

3 Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

Chap.41 : Représentation matricielle d'une application linéaire

- 1 Matrice associée à une application linéaire
- 2 Rang d'une matrice
- 3 Changement de base
 - 3.1 Matrice de passage d'une base à une autre
 - 3.2 Effets d'un changement de base
- 4 Matrices d'endomorphismes particuliers

Chap.42 : Espaces probabilisés finis

- 1 Expérience aléatoire, univers et événements
 - 1.1 Expérience aléatoire
 - 1.2 Événement
- 2 Probabilités sur un univers fini
- 3 Équiprobabilité

Chap.43 : Indépendance et conditionnement

1. Probabilité conditionnelle
Formule des probabilités composées.
Formule des probabilités totales.
2. Indépendance Indépendance deux à deux, indépendance mutuelle.