# Programme de khôlle 12

Semaine du 4 janvier 2021

La colle se déroulera en trois temps :

1. Pratique calculatoire(5-10 minutes)
2. Résolution d'exercices à préparer (15 minutes)
3. Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

## 1 Pratique calculatoire

On travaille dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ de l'espace. Les coordonnées des vecteurs suivants sont données dans ce repère.
Dans chaque cas, calculer $\overrightarrow{u} \cdot \overline{v}$, $[\overrightarrow{u}, \overline{v}, \overrightarrow{w}]$ ainsi que les coordonnées de $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}$.

1. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$
2. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-2a\\3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}a\\2\\1\end{pmatrix}$ avec $a \in \mathbb{R}$
3. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}a\\-2\\3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}2\\a\\1\end{pmatrix}$ avec $a \in \mathbb{R}$

## 2 Résolution d'exercices à préparer

Chaque élève résoudra un des trois exercices :

**Exercice 2.1.** *1. (a) Quel point a pour image $A(-3+3i)$ par la rotation de centre $0$ et d'angle $\frac{5\pi}{4}$ ?*

*(b) Donner l'écriture complexe de la rotation $r$ de centre $\Omega(-2+i)$ et d'angle $\frac{-\pi}{6}$.*

*(c) Quelle est l'image par $r$ du point $C(3-4i)$ ?*

*2. (a) Déterminer les racines carrées de $Z = \sqrt{3} + i$ sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique.*

*(b) En déduire la valeur de $\cos(\frac{\pi}{12})$.*

**Exercice 2.2.** 1. *On se place dans un repère orthonormé direct.*

*Soient* $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2\\1\\5\end{pmatrix}$.

(a) *Les vecteurs* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont-ils colinéaires ?*

(b) *Les vecteurs* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont-ils orthogonaux ?*

(c) *Calculer* $cos(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ *puis déterminer une mesure en radians de l'angle non orienté* $(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.

(d) *Calculer l'aire du parallélogramme construit avec les vecteurs* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$.

2. *Résoudre* $z^4 = \sqrt{3} - i$.

**Exercice 2.3.** 1. *On se place dans un repère orthonormé direct.*

*Soient* $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}cos(\alpha)\\sin(\alpha)\\1\end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}cos(\beta)\\sin(\beta)\\1\end{pmatrix}$ *où* $(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$.

(a) *Calculer les coordonnées de* $\overrightarrow{u}\wedge\overrightarrow{v}$.

(b) *A quelle condition sur* $\alpha$ *et* $\beta$*, les vecteurs* $\overrightarrow{u}$ *et* $\overrightarrow{v}$ *sont-ils colinéaires ?*

2. *Donner, sous forme polaire, les solutions dans* $\mathbb{C}$ *de :*

$$z^6 + (7-i)z^3 - 8 - 8i = 0.$$

***Indication :*** *poser* $Z = z^3$ *; calculer* $(9+i)^2$

# 3 Résolution d'exercices sur le programme de la semaine

**Chap.17 : Equations dans $\mathbb{C}$**

**1.Équations du second degré dans $\mathbb{C}$**

On cherche à résoudre l'équation $az^2 + bz + c = 0$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ et avec $(a,b,c) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}$.
1.1 Racines carrées complexes
1.2 Solutions de $az^2 + bz + c = 0$

**2.Racines $n^{i\grave{e}mes}$**

2.1 Racines $n^{i\grave{e}mes}$ de l'unité
2.2 Racines $n^{i\grave{e}mes}$ d'un nombre complexe

**Chap.18 : Exemples de transformations affines du plan**

**1.Translation**

**2.Rotations**

**3. Homothéties**

**4.Réflexion par rapport à l'axe des abscisses**

## Chap.19 : Éléments de géométrie dans l'espace

**1.Repérage dans l'espace**
1.1 Vecteurs coplanaires et famille libre, famille liée
1.2 Repère cartésien de l'espace

**2.Produit scalaire dans l'espace**
2.1 Définition et propriétés
2.2 Applications
Orthogonalité et calcul d'angle.

**3. Produit vectoriel dans l'espace orienté**
3.1 Définition et premiers résultats
3.2 Applications du produit vectoriel
Colinéarité de deux vecteurs, calcul d'aire, construction d'une base orthonormée directe.

**4. Produit mixte dans l'espace orienté**
4.1 Définition et propriétés
4.2 Applications
Volume d'un parallélépipède, coplanarité de trois vecteurs